L E H R P L A N

M A T H E M A T I K

Gymnasialer Bildungsgang

Gymnasiale Oberstufe

HESSEN

Hessisches Kultusministerium
2010

Teil A

Grundlegung für das Unterrichtsfach Mathematik in den Jahrgangsstufen 5G bis 9G und in der gymnasialen Oberstufe

1 Aufgaben und Ziele des Faches

Das Unterrichtsfach Mathematik im gymnasialen Bildungsgang leistet seinen Beitrag zur Allgemeinbildung und zur Studierfähigkeit. Es bereitet gleichermaßen auf den Eintritt in das Berufs- und Arbeitsleben vor. Die Aneignung eines qualifizierten fachlichen Wissens und Könnens und die Vorbereitung auf die Berufs- und Arbeitswelt wird durch wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und die Einbeziehung geeigneter Informationen und Materialien in der gymnasialen Oberstufe erreicht.
Für die Entwicklung und Festigung der erforderlichen mathematischen Qualifikationen der Schülerinnen und Schüler ist der sichere Umgang mit mathematischer Sprache und mathematischen Modellen von herausgehobener Bedeutung. Angestrebt wird die Fähigkeit, Themen, die einer Mathematisierung zugänglich sind und in denen Problemlösungen einer Mathematisierung bedürfen, mit Hilfe geeigneter Modelle aus unterschiedlichen mathematischen Gebieten zu erschließen und verständig zu beschreiben sowie die Probleme mit entsprechenden Verfahren und logischen Ableitungen zu lösen.
Der Erwerb dieser Kompetenzen ist nur dann hinreichend sichergestellt, wenn grundsätzlich alle dafür geeigneten Fächer diese Aufgabe wahrnehmen.
Der Mathematikunterricht verfolgt drei Aspekte von Mathematik, die gleichgewichtig nebeneinander stehen:

Mathematik als Hilfe zum Verstehen der Umwelt
Der Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang
- dient der Erarbeitung eines zukunftsorientierten, aufeinander aufbauenden, strukturierten Wissens,
- leitet an zu exaktem Denken und rationalen und objektiven Betrachtungsweisen,
- stellt Verbindungen zwischen einzelnen mathematischen Fachgebieten her und fördert die Zusammenarbeit mit anderen Fächern,
- zeigt die Anwendungsrelevanz mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien auf, indem Sachprobleme strukturiert, wesentliche Aspekte in mathematischen Modellen dargestellt, Lösungswege gesucht und Lösungen interpretiert werden; das befähigt umgekehrt, mathematische Sätze und Theorien in unterschiedlichen Kontexten anzuwenden,
- fördert die kritische Beurteilung (Bewertung) mathematikhaltiger Aussagen,
- greift aktuelle Fragestellungen, neue Sichtweisen, moderne Arbeitsmethoden auf und schließt den Einsatz moderner schulrelevanter elektronischer Werkzeuge, z. B. Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Informationsmedien ein,
- bemüht sich um eine aktive Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den mathematischen Gegenständen, vermeidet eine mechanische Informationsaufnahme und stellt das systematische, inhaltsbezogene, zielorientierte Lernen in den Vordergrund.

Mathematik als Geistesschulung
Der Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang
- fördert den Erwerb flexibel nutzbarer Fähigkeiten und Kenntnisse,
- leistet einen Beitrag zur Aneignung und Nutzung von Lernkompetenzen,
- vermittelt kognitive Strategien und intellektuelle Techniken,
- fördert Originalität und Produktivität durch ungewöhnliche Fragestellungen und unterschiedliche Denkansätze und das Denken in übergreifenden Strukturen,
- gewährleistet einen sicheren Umgang mit der Fachsprache, der mathematischen Terminologie und mit mathematischen Modellen, die aus unterschiedlichen Fachgebieten erschlossen werden,
- ist so gestaltet, dass sich lehrergesteuerte und von den Schülerinnen und Schülern gesteuerte Phasen gegenseitig ergänzen. Dabei wird ein solider, fundierter Wissenserwerb sichergestellt und auch die große Bedeutung der Kooperations- und Kommunikationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler hervorgehoben.

Mathematik als deduktives Gedankengebäude
Der Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang
- weckt Faszination für ästhetische Qualitäten wie logische Stringenz, Ordnung, Symmetrie,

- ist problemorientiert und betont den prozessualen Charakter der Mathematik,
- nimmt die Aufgabe wahr, das Argumentieren und Deduzieren sowie logisches Schließen zu üben, über die Qualität verschiedener Lösungsansätze, Lösungsstrategien oder Lösungen zu reflektieren und diese in ihrer Bedeutung einzuordnen,
- bezieht die historische Entwicklung mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien mit ein, um z. B. Entwicklungen, veränderte Auffassungen und Darstellungen innerhalb der Mathematik zu verdeutlichen.

2 Didaktisch-methodische Grundlagen

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik im gymnasialen Bildungsgang sind die in der Grundschule erworbenen Fähigkeiten und Kenntnisse.

Der Unterricht soll
- die innere Beteiligung und das Interesse der Schülerinnen und Schüler am Fach wecken und ihre Einstellung zur Mathematik positiv beeinflussen,
- den Schülerinnen und Schülern Freude am Lernen und im Umgang mit der Mathematik vermitteln,
- die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler und ihre aktive Auseinandersetzung mit den Inhalten sowie ihre Kreativität und Selbstständigkeit fördern und stärken,
- die Schülerinnen und Schüler zur realistischen Einschätzung der eigenen Kompetenzen und Möglichkeiten befähigen,
- durch geeignete Unterrichtsmaterialien und -methoden Neugier und Interesse der Schülerinnen und Schüler wecken und Wissenserwerb sichern,
- typische Arbeitsweisen des Faches gezielt darstellen und den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, diese Arbeitsweisen in verschiedenen Situationen zu erproben,
- Bedeutung und Nutzen der Mathematik auch für andere Wissensgebiete deutlich machen,
- komplexe Fragen und Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Lösungsansätzen zulassen,
- Diskussion und Würdigung unterschiedlicher Lösungen und das Lernen aus Fehlern sowie individuelle Unterstützung und Förderung von Schülerinnen und Schülern ermöglichen,
- den Sinn mathematischer Begriffe, Sätze, Theorien und Verfahren herausarbeiten und den Schülerinnen und Schülern dadurch die Orientierung im Lernprozess erleichtern.

Die Schülerinnen und Schüler sollen
- konstruktive Arbeitshaltungen erwerben und einbringen und
- lernen,
  - eigenständig und im Rahmen kooperativer Arbeitsformen Lösungsansätze zu suchen und Lösungswege zu entwickeln,
  - Lösungswege und Entscheidungen zu reflektieren,
  - ausdauernd, konzentriert und verlässlich zu arbeiten,
  - sich Anforderungen zu stellen, Schwierigkeiten nicht aus dem Wege zu gehen,
  - ihr Verhalten im Unterrichtsprozess und in der Lerngruppe zu überdenken.

Der Unterricht soll so gestaltet werden, dass bei allen Schülerinnen und Schülern ein geordnetes Raster mathematischer Begriffe, Fakten und Verfahren entsteht.
Dieses Raster wird aufgebaut durch
- inhaltliche Vorstellungen,
- die systematische Erarbeitung von Fakten, mathematischen Sätzen und Beweisen,
- intelligentes Üben und Wiederholen,
- Verknüpfung des Wissens,
- die Verdeutlichung mathematischer Strukturen.

Sekundarstufe II

Dieser Lehrplan bedingt eine Unterrichtsgestaltung, der folgenden Prinzipien Rechnung trägt:
- Wissenschaftspropädeutische Orientierung
- Studien- und Berufsorientierung
- Gegenwarts- und Zukunftsorientierung
- Schüler- und Handlungsorientierung

- Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lehren und Lernen

Im Zentrum des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe stehen die drei Sachgebiete
- **Analysis**
- **Lineare Algebra/Analytische Geometrie**
- **Stochastik**

Diese drei Sachgebiete sind wesentlich, da sie Schülerinnen und Schüler mit fundamentalen mathematischen Ideen bekannt machen. Hierzu zählen insbesondere infinitesimale, algebraische, geometrische und stochastische Begriffsbildungen und Methoden.

- Allgemeine Methoden der Mathematik lassen sich in allen drei Sachgebieten an relevanten Beispielen demonstrieren.

- In Fachwissenschaft und Fachdidaktik sowie in Industrie, Wirtschaft und Verwaltung wird die grundlegende Bedeutung dieser drei Sachgebiete weitgehend gleich beurteilt, so dass sie auch verbindliche Gegenstände der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung gemäß Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 geworden sind. Dieser Konsens dient der Sicherung einer mathematischen Grundbildung mit inhaltlichen Mindestfestlegungen, die mit diesem Lehrplan in hessisches Landesrecht umgesetzt werden.

- Kenntnisse in diesen drei Sachgebieten sind auch in anderen Unterrichtsfächern der gymnasialen Oberstufe notwendig, ermöglichen fachübergreifendes und fächerverbindendes Lehren und Lernen und sind außerdem die Grundlage für weiterführende Studien.

- In den drei Sachgebieten und in den Kursthemen in Q4 ermöglicht mathematisches Modellieren die Fokussierung auf Themen, die in einem engen sachlichen Zusammenhang mit der von den Schülerinnen und Schülern täglich erlebten Umwelt und auch mit anderen Unterrichtsfächern stehen. Hiermit werden neue inhaltliche Akzente im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gesetzt. Durch das mathematische Modellieren erfahren die Schülerinnen und Schüler Mathematik als Werkzeug. Der Prozess des Problemlösens rückt in den Vordergrund.

Bei der Reihenfolge der Unterrichtsthemen ist auf mögliche Verbindungen zu anderen Fächern zu achten.

Grund- und Leistungskurse

Grund- und Leistungskurse haben bei der Vermittlung der allgemeinen Studierfähigkeit die gemeinsame Aufgabe der wissenschaftspropädeutischen Bildung, der Vermittlung fachspezifischer Lernziele und -inhalte, der fachübergreifenden und fächerverbindenden Strukturierung wissenschaftlicher Erkenntnisse und der Erziehung.

Grundsätzlich gelten die didaktischen Grundsätze und Arbeitsweisen sowohl für die Leistungs- als auch für die Grundkurse. Bei den Schülerinnen und Schülern, die Mathematik als Leistungsfach gewählt haben, kann in der Regel sachbezogene Motivation vorausgesetzt werden. In Grundkursen, in denen die Zusammensetzung oft heterogen ist, muss der Unterricht stärker darauf angelegt sein, eine solche Motivation zu erzeugen und damit die Einstellung der Schülerinnen und Schüler zum Mathematikunterricht günstig zu beeinflussen und zu fördern.

Grundkurse vermitteln grundlegende wissenschaftspropädeutische Kenntnisse und Einsichten in Stoffgebiete und Methoden. Sie sollen

- in grundlegende Sachverhalte, Problemkomplexe und Strukturen eines Faches einführen,
- wesentliche Arbeitsmethoden des Faches vermitteln, bewusst und erfahrbar machen,
- Zusammenhänge im Fach und über dessen Grenzen hinaus in exemplarischer Form erkennbar werden lassen.

In den Grundkursen werden grundlegende Sachverhalte, Problemkomplexe und Strukturen des Faches behandelt, eine vollständige Systematik und ein lückenloser Aufbau eines Sachgebietes werden nicht durchgängig angestrebt.

Auch mit einem begrenzten Instrumentarium müssen die Schülerinnen und Schüler befähigt werden, Transferleistungen zu erbringen, selbstständig Probleme zu lösen und Mathematik, insbesondere auch bei außermathematischen Problemstellungen, anzuwenden.

Leistungskurse vermitteln exemplarisch vertieftes wissenschaftspropädeutisches Verständnis und erweiterte Kenntnisse. Sie sind gerichtet auf eine

- systematische Beschäftigung mit wesentlichen, die Komplexität und den Aspektreichtum des Faches verdeutlichenden Inhalten, Theorien und Modellen,
- vertiefte Beherrschung der fachlichen Arbeitsmittel und Arbeitsmethoden, ihre selbstständige Anwendung, Übertragung und Reflexion,
- eine reflektierte Standortbestimmung des Faches im Rahmen einer breit angelegten Allgemeinbildung und im fachübergreifenden Zusammenhang.

In den Leistungskursen soll das geordnete Raster mathematischer Begriffe, Fakten und Verfahren umfangreicher sein. Damit erhalten die Schülerinnen und Schüler einen vertieften Einblick in die Komplexität und den Aspektreichtum der Sachgebiete. Durch deren systematische Erschließung und die maßgebliche Beherrschung der Definitionen, Begriffsbildungen, Ergebnisse, Sätze und Verfahren erhalten sie einerseits Einblick in die Mathematik als Wissenschaft, lernen aber auch Mathematik in anderen Fächern oder Fachgebieten anzuwenden.

Die Unterschiede zwischen Leistungs- und Grundkursen wirken sich im Einzelnen auch bei den verschiedenen thematischen Kernbereichen und Stichworten aus, die Bestandteile der Kursbeschreibungen sind.

3 Umgang mit dem Lehrplan

Der Lehrplan Mathematik für die Jahrgangsstufen 5G bis 9G und die gymnasiale Oberstufe des gymnasialen Bildungsgangs bietet Freiräume für pädagogische Kreativität der Fachlehrerinnen und Fachlehrer, Mitsprachemöglichkeiten für die Schülerinnen und Schüler und Gestaltungsmöglichkeiten für die Fachkonferenzen.
Verpflichtend zu unterrichten sind nur die verbindlichen Unterrichtsinhalte, die allein zum Erreichen des Anschlussprofils notwendig sind. Die genannten fakultativen Inhalte verstehen sich als Vorschläge zur Ergänzung und Erweiterung.
Um den unterschiedlichen Voraussetzungen, Erwartungen und Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, erstellt die Fachkonferenz unter Berücksichtigung der besonderen örtlichen Gegebenheiten auf der Grundlage dieses Lehrplans ein Schulcurriculum. Das Schulcurriculum Mathematik leistet somit einen wesentlichen Beitrag, das Profil der Schule zu schärfen.

Bei der didaktisch-methodischen Ausgestaltung des Schulcurriculums soll die erforderliche Kompensationsarbeit und die notwendige Differenzierung berücksichtigt werden. Die Unterrichtsinhalte, insbesondere der Jahrgangsstufe 5G, eignen sich gut, Konzepte zu entwickeln, um Defizite auszugleichen, Wissensstrukturen in neuem Kontext zu verankern und durch intelligentes Wiederholen und Üben zu festigen.

Die Unterrichtsinhalte in den Jahrgangsstufen 5G bis 9G werden den Sachgebieten Geometrie, Zahlbereiche, Größen, Algebra/Funktionen und Stochastik zugeordnet. Der Lehrplan Mathematik für den gymnasialen Bildungsgang ist so konzipiert, dass einmal eingeführte thematische Kernbereiche, Begriffe oder mathematische Aussagen in den darauf folgenden Schuljahren wieder aufgegriffen und erweitert oder vertieft werden. Das so vertikal vernetzte Gebäude von Vorstellungen mathematischer Begriffe und Sachverhalte, Definitionen und Lehrsätzen ist stets eingebunden in Anwendungszusammenhänge und bietet Gelegenheit, Unterrichtsmethoden zu verwenden, die Schülerinnen und Schüler zu selbstständigem, eigenverantwortlichem Handeln anleiten.
In jeder Jahrgangsstufe bieten sich vielfältige Gelegenheiten, die Unterrichtsinhalte miteinander zu verzahnen und Verbindungen zwischen den einzelnen Sachgebieten herzustellen.

Die Notwendigkeit, den Schülerinnen und Schülern Orientierungshilfen für die Berufs- und Studienwahl zu geben, ist schulcurricular zu berücksichtigen. Sie erfordert die Zusammenarbeit mit Organisationen der Wirtschaft und Verwaltung, mit Unternehmen, mit den Fachbereichen der Hochschulen, den zuständigen Arbeitsämtern und Studienberatungen. Hierdurch wird in besonderer Weise ermöglicht, den Schülerinnen und Schülern die Bedeutung der zu erwerbenden Grundkompetenzen im Fach Mathematik nach dem Abschluss ihrer schulischen Laufbahn für ihren weiteren beruflichen oder studiumsorientierten Werdegang sichtbar zu machen. Die Konzepte hierzu sind an den Schulen zu erarbeiten.

Ein weiteres tragendes Prinzip dieses Lehrplanes ist es, die Voraussetzungen für einen Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang zu schaffen, der auch fachübergreifende und fächerverbindende Arbeit sowie das Modellbilden als wichtige Ziele in den Vordergrund stellt.

In inhaltlicher Abstimmung mit den Fachkonferenzen der in Frage kommenden Bezugsfächer, setzt die Fachkonferenz Mathematik die Rahmenbedingungen für diese Arbeit, die unter Berücksichtigung der Situation der Lerngruppe von den Fachlehrerinnen und Fachlehrern initiiert und gesteuert wird. Dies geschieht auch in Form von Projekten und unter Einbeziehung außerschulischer Lernorte. Der Lehrplan bietet vielfältige Möglichkeiten der Vernetzung mit anderen Unterrichtsfächern. Einige davon sind exemplarisch jeweils in den didaktisch-methodischen Überlegungen zu den einzelnen Jahrgängen oder explizit bei den Unterrichtsinhalten genannt.

Verbindungen zum Fach Informatik sind bei den fachübergreifenden Anregungen nicht einzeln genannt, bieten sich aber überall dort an, wo Unterrichtseinsatz der neuen Medien (Computerprogramme, Computer-Algebra-Systeme, Internet usw.) angezeigt ist.

Besonders im Kurshalbjahr Q4, in dem bewusst Verbindungen zwischen den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik hergestellt werden sollen, bieten sich viele Möglichkeiten, außermathematische Problemstellungen durch mathematische Modelle zu erfassen, darin zu bearbeiten, gegebenenfalls das Modell anzupassen, die sich ergebenden Konsequenzen zu interpretieren und schließlich die Grenzen des Modells zu reflektieren. Hier bietet sich der Einsatz von Rechnern besonders an.

Hinweise zu den Arbeitsmethoden werden dort gegeben, wo es darum geht, die Schülerinnen und Schüler zur Entwicklung von Methodenkompetenz mit wichtigen fachübergreifenden Arbeitsweisen vertraut zu machen. Dazu gehören z. B. die Behandlung komplexer und ergebnisoffen angelegter Problemstellungen, entdeckendes und experimentelles Arbeiten im Zusammenhang heuristischer Techniken, die gezielte Beschaffung von Informationen und die Präsentation von Wissen mit Hilfe neuer Medien, die Aufarbeitung, Darstellung und Bewertung von Daten sowie die Analyse mathematisch gewonnener Aussagen und Daten und schließlich die Erarbeitung typischer Methoden elementarer mathematischer Modellbildung.

Der Einsatz elektronischer Werkzeuge und Medien ist im Unterricht durchzuführen. Sie sollen eingesetzt werden

- zur Veranschaulichung und Darstellung mathematischer Zusammenhänge,
- zur Bewältigung erhöhten Kalkülaufwandes,
- zur Unterstützung entdeckenden und experimentellen Arbeitens,
- zum algorithmischen Arbeiten,
- zur Informationsbeschaffung im Internet sowie
- zur Aufbereitung und Präsentation von mathematischem Wissen.

Zu den verbindlichen Inhalten des Mathematikunterrichts gehört der Einsatz der Tabellenkalkulation ab der Jahrgangsstufe 7G. Beginnend in der Jahrgangsstufe 7G ist an geeigneten Themenbereichen der Einsatz technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (TR) gefordert; das bedeutet nicht, dass der TR überall eingesetzt werden muss. Die sorgfältige Einführung in die Benutzung des TR und die Einführung in die Tabellenkalkulation ist im Fachunterricht zu leisten. Zur Programmierung von Algorithmen können bei Bedarf programmierbare TR sowie einfache Programmiersprachen eingesetzt werden. Die Entscheidung über die Arbeit mit weiteren speziellen mathematischen Werkzeugen wie z. B. grafikfähigen Taschenrechnern oder Computer-Algebra-Systemen (CAS) bleibt den Lehrkräften überlassen.

In einem Schulcurriculum sind die notwendigen Absprachen und Abstimmungen mit den Fachkonferenzen der anderen Fächer so zu treffen, dass Verzahnungen und fachübergreifende Bezüge hergestellt sind. Die allgemeinen Ausführungen zur Nutzung des PC und des Internet sind zu beachten.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden im Anschlussprofil von der Jahrgangsstufe 9G in die gymnasiale Oberstufe nur die mathematischen Begriffe und Unterrichtsinhalte genannt, die unbedingt notwendig sind, um erfolgreich im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II mitarbeiten zu können. Ausdrücklich wird darauf hingewiesen, dass ihre Relevanz nur in Zusammenhängen oder Anwendungen sichtbar werden kann.

	Geometrie	Zahlbereiche	Größen	Algebra / Funktionen	Stochastik
5 G	Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe Winkel, Winkelmessung, Flächen und Flächeninhalte Oberflächeninhalt und Volumen von aus Quadern und Würfeln zusammen-gesetzten Körpern	Darstellungen von und Rechnen mit natürlichen Zahlen, Einfache Gleichungen, Teilbarkeit, Teiler, Vielfache, Primzahlen	Sachrechnen mit Währungen, Längen, Flächeninhalten, Volumina, Zeitspannen, Gewichten		Häufigkeiten
6 G	Achsenspiegelung, Verschiebung und Drehung, Achsen-, Dreh- und Punktsymmetrie, Konstruieren von Dreiecken, Flächeninhalt, Umfang, Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Wechselwinkel, Winkelsumme in Dreiecken und Vierecken, Kongruente Figuren	Rechnen mit gewöhnli-chen Brüchen und Dezimalbrüchen, Einfache Gleichungen	Prozentrechnung		Absolute und relative Häufigkeiten, Vergleich von Chancen, Mittelwerte Wahrschein-lichkeit, Ereignisse bei ein- und mehrstufigen Zufallsversuchen, Summenregel, Pfadre-gel
7 G	Konstruktion von Dreiecken, und Vierecken, Kreis und Geraden, Thales-satz, Umfang und Flächenin-halt beim Kreis	Rechnen mit rationalen Zahlen, Vergleich der Zahlbereiche, Einfache Gleichungen	Weiterführung der Prozen-trechnung, Zinsrechnung, Umfang und Flächeninhalt von Kreisen	Proportionale und antipropor-tionale Zuordnungen, Ganzrationale Terme, lineare Gleichungen	Beschreibende Statistik
8 G	Prismen, Kreiszylinder, Satzgruppe des Pythagoras, Ähnlichkeit und Strahlensät-ze	Quadratwurzeln, rationale Zahlen, reelle Zahlen	Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen, Oberflächeninhalt und Volumen von Zylindern	Lineare Gleichungen und Ungleichungen, lineare Funktionen, Systeme linearer Gleichun-gen	
9 G	Pyramide, Kegel, Kugel, Trigonometrie, Trigonometrische Funktionen		Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden, Kegeln, Kugeln	Quadratwurzeln, quadratische Gleichungen, quadratische Funktionen, Potenzen und Potenzfunktionen	Mehrstufige Zufallsversuche

Teil B

Unterrichtspraktischer Teil

Der Unterricht in der Sekundarstufe I

Die Lehrpläne sind getrennt nach Sekundarstufe I und Sekundarstufe II auf der Homepage des Hessischen Kultusministeriums abrufbar. Daher ist hier der Teil zur Sekundarstufe I der Übersichtlichkeit halber entfernt worden.

Der Unterricht in der Sekundarstufe II

3 Struktur des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe
Sachgebiete und ihre Zuordnung

Im Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe geben die **Sachgebiete** Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik die Strukturierung für die Kurse vor. Die Zuordnung dieser drei Sachgebiete zur Einführungsphase und zu den Halbjahren von Q1 bis Q4 erfolgt aufgrund inhaltlicher Zusammenhänge und sichert Kontinuität und Sequentialität des Lernprozesses.

Kurshalbjahr	Sachgebiete
E1	Analysis I
E2	Analysis I
Q1	Analysis II Grundkurs Leistungskurs
Q2	Lineare Algebra / Analytische Geometrie Grundkurs Leistungskurs
Q3	Stochastik Grundkurs Leistungskurs
Q4	Kursthemen Grundkurs Leistungskurs

Die Sachgebiete werden

- durch didaktisch-methodische Überlegungen erläutert.
  Die didaktisch-methodischen Überlegungen nehmen die allgemeinen didaktischen und methodischen Grundsätze aus Teil A auf und konkretisieren sie hinsichtlich des jeweiligen Sachgebietes. Sie erläutern
  - die Stellung des Sachgebietes innerhalb der Sequentialität und Kontinuität der Kursabfolge,
  - die Lernrelevanz des Sachgebietes für die Schülerinnen und Schüler,
  - besondere methodische Erfordernisse und geben Hinweise auf fachübergreifende Zusammenhänge.

- durch **Unterrichtsinhalte** und diesen zugeordnete Stichworte inhaltlich konkretisiert,
- durch **fachübergreifende und fächerverbindende Hinweise** ergänzt**,** die Möglichkeiten der Kooperation und Koordination mit anderen Fächern zeigen.

4 Verbindliche Vorgaben

Verbindlich

- sind die drei Sachgebiete und ihre Zuordnung zu den Kurshalbjahren (E1 bis Q1),
- die Sachgebiete Q2 und Q3 können in ihrer Reihenfolge auf Beschluss der Fachkonferenz ausgetauscht werden,
- sind die Unterrichtsinhalte mit den diesen zugeordneten Stichworten, wobei nicht alle Stichworte in gleicher Intensität behandelt werden können. Die Erschließung des jeweiligen Unterrichtsinhaltes soll deshalb durch Schwerpunktsetzungen erfolgen, die durch didaktische und methodische Planungen bestimmt werden,

– sind die Stichworte der Unterrichtsinhalte.

Über die Reihenfolge der Unterrichtsinhalte und der Stichworte kann von der Fachlehrerin oder dem Fachlehrer entschieden werden.
Die fachübergreifenden und fächerverbindenden Hinweise haben Anregungscharakter.

Der vorliegende Lehrplan basiert auf dem Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 in der Fassung vom 24. Mai 2002 über die „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung 'Mathematik'" mit ihren Konkretisierungen und ist somit die Umsetzung dieses KMK-Beschlusses in Landesrecht.

5 Die Sachgebiete und ihre Abfolge in der Einführungsphase und der Qualifikationsphase

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe sind die in der Sekundarstufe I erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten. Der vorliegende Lehrplan enthält im Anschluss an den Teil B zum Unterricht in der Sekundarstufe 1 eine Übersicht der mathematischen Inhalte, die nach Beendigung der Jahrgangsstufe 9G für einen kontinuierlich aufeinander aufbauenden Unterricht als Werkzeuge zur Verfügung stehen sollen (Anschlussprofil).
Hierdurch werden keine Aussagen darüber getroffen, in welcher Weise diese im Unterricht der Sekundarstufe I erarbeitet werden.

5.1 Die Einführungsphase (E1 und E2): Analysis I

Didaktisch-methodische Überlegungen

In der Sekundarstufe I wird durch die Betrachtung linearer und quadratischer Funktionen sowie elementarer Potenz- und trigonometrischer Funktionen der Funktionsbegriff eingeführt. Die Behandlung der Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie der ganzrationalen Funktionen kommt nun dazu, außerdem wird das Funktionskonzept um den Begriff der Umkehrfunktion erweitert.

Der Funktionsbegriff ist zentral für den Mathematikunterricht bis zum Abitur und wird insbesondere als Einstieg in das Jahresthema Analysis I wieder aufgegriffen und vertieft. Dazu sollen charakteristische Funktionseigenschaften an wichtigen Beispielen aus den genannten Funktionsklassen herausgearbeitet und vor allem unter dem Modellbildungsaspekt mathematischer Funktionen im Zusammenhang mit typischen Anwendungen behandelt werden.

Für die Analysis ist der Begriff der Ableitung fundamental. Er soll durch den Aufbau algebraischer und geometrischer Grundvorstellungen sowie unter Berücksichtigung des Anwendungs- und Modellbildungsaspektes erarbeitet werden: Ableitung als (lokale) Änderungsrate einer Funktion, Ableitung als Steigung der Tangente an einen Funktionsgraphen sowie in außermathematischen Zusammenhängen, wie z. B. Ableitung einer Weg-Zeit-Funktion als Momentangeschwindigkeit in der Physik, Ableitung einer zeitlich veränderlichen Bestandsgröße als Wachstums- oder Zerfallsgeschwindigkeit des betrachteten Prozesses, Ableitung der Einkommensteuerfunktion als Grenzsteuersatz. Dabei ist für die Schülerinnen und Schüler die Betrachtung von Grenzprozessen ungewohnt und von besonderer didaktischer Bedeutung. Diese neue infinitesimale Sichtweise der Mathematik ist das Kernstück der Analysis.

Zur Einführung des Grenzwertbegriffs eignen sich viele aus der Sekundarstufe I bekannte Probleme, etwa die Einschachtelung von Quadratwurzeln oder die näherungsweise Bestimmung von π durch theoretische Methoden. Im Zusammenhang mit der Entwicklung von Verständnis für infinitesimale Zugänge sollten kultur- und wissenschaftshistorische Bezüge hergestellt werden.

Während eine mehr anschauliche Einführung des Differentialquotienten für einen späteren Grundkurs genügt, ist im Hinblick auf einen Leistungskurs eine vertiefte Betrachtungsweise und stärkere Formalisierung des Grenzwertbegriffs erforderlich. Die Einführung des Stetigkeitsbegriffes soll nur als Vertiefung angestrebt werden. Grenzwerte zusammengesetzter Terme sind erst zur Vorbereitung der Ableitungsregeln zu untersuchen.

Als Anwendung des Ableitungskalküls kommt der Untersuchung und Beschreibung funktionaler Zusammenhänge eine wichtige Rolle zu. Begriffe wie Maximum, Minimum, Zunahme oder Abnahme sind zentral für das Verständnis vieler Anwendungssituationen. Dabei sollen, um die Überforderung der Schülerinnen und Schüler zu vermeiden, inner- und außermathematische Bezüge im angemessenen Verhältnis stehen und die Komplexität der verwendeten Funktionen überschaubar bleiben.

Es ist jedoch in jedem Fall zu beachten, dass ein reines Kalkültraining im Bereich ganzrationaler Funktionen den Intentionen des Kurses nicht gerecht wird.

Wegen der von Jahr zu Jahr unterschiedlichen Länge der Schulhalbjahre können die Fachkonferenzen den zeitlichen Notwendigkeiten angemessene Verschiebungen bestimmter Kursanteile festlegen. So sind insbesondere begrenzte und didaktisch vertretbare Umschichtungen zwischen den Halbjahren E2 und Q1 möglich (z. B. kann die Erarbeitung weitergehender Themen der Differentialrechnung aus der Q1 vorgezogen werden). Die verbindlichen Inhalte des Gesamtcurriculums für den Bereich der Analysis (E1 bis Q1) dürfen dabei nicht gekürzt und Voraussetzungen für die Abiturprüfung nicht beschnitten werden.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software sollen in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden. Dabei können grafikfähige Taschenrechner, Taschencomputer und mathematische Software genutzt werden als

- Mittel zur Veranschaulichung und Visualisierung funktionaler Zusammenhänge (z. B. bei bestimmten Funktionsuntersuchungen) und algebraisch akzentuierter Begriffsbildungen (z. B. Grenzwertbegriff, Zugang zur linearen Approximation über die Idee des „Funktionenmikroskopes“). Auch die meist vorhandenen Tabellierungsfunktionen der Systeme können ergänzend verwendet werden,
- Rechenhilfsmittel, um einerseits den Kalkülaufwand bei Begriffserarbeitungen oder Herleitungen zu bewältigen und andererseits eine übertriebene Kalkülorientierung zu vermeiden (z. B. Ableitungsbegriff, Erarbeitung der Ableitungsregeln),
- Medium zur Unterstützung experimentellen und heuristischen Arbeitens (z. B. Untersuchung spezieller Grenzwerte, Entdeckung höherer Ableitungsregeln),
- mathematische Werkzeuge, die Zugänge zu realitätsbezogenen Anwendungen erleichtern und Modellbildungsprozesse erst mit vertretbarem Aufwand ermöglichen (z. B. Untersuchung von Steuertarifen).

Darüber hinaus können die in den meisten Schulen oder auch privat vorhandenen Internetzugänge genutzt werden, um zu bestimmten mathematischen Themen zu recherchieren (z. B. zur Geschichte der Analysis) oder auch um Informationen für die Bearbeitung spezieller Anwendungen zu erhalten (z. B. soziografische Entwicklungen).

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Physik	Der Begriff der Ableitung zur Festlegung und als Bindeglied zwischen physikalischen Begriffen: Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung; Energie und Leistung; Ladung und Stromstärke; Temperatur und Temperaturgefälle; Winkel und Winkelgeschwindigkeit; Wärmeinhalt und spezifische Wärme
Biologie, Chemie (Medizin)	Ableitungsbegriff zur Mathematisierung von Prozessen: Geschwindigkeit und Beschleunigung bei Wachstums- und Zerfallsprozessen; Reaktionsgeschwindigkeit; Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Epidemie,
Physik, Technik	Brückenbau, Trassierung von Straßen und Gleisen, technische Kinematik, Verkehrsdurchsatz; Extremalprobleme bei Konstruktionen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Steuertarife (Steuer und Grenzsteuersatz), Kostenfunktionen, Grenzkosten, Optimierungsprobleme in der Wirtschaft; Inflationsrate, Scheidungsrate, soziografische Entwicklungen; Politikersprache („Rückgang des Anstiegs der Arbeitslosenzahlen“)

E1/E2 Analysis I

Unterrichtsinhalte:	**Stichworte:**
Funktionsbegriff und Betrachtung elementarer Funktionsklassen aus der Sekundarstufe I	Definitionsmenge, Wertemenge, Funktionsterm, -gleichung, -graf, Symmetrie, Wertetabelle Umkehrfunktion
Exponentialfunktionen: $x \to a \cdot b^{(x-d)} + e$	Zugang über realitätsbezogene Beispiele: Wachstums- und Zerfallsprozesse, Verzinsung Verdopplung- und Halbierungszeiten als Parameter Grafen für b = 2, $\frac{1}{2}$, 10 und Eigenschaften, Vergleich mit linearen, quadratischen und kubischen Funktionen
Logarithmen	Logarithmieren neben dem Radizieren als zweite Möglichkeit der Umkehrung des Potenzierens, Logarithmengesetze $\log_b(a) = \log_{10}(a) / \log_{10}(b)$, verständiger Gebrauch des Taschenrechners
Logarithmusfunktionen $x \to a \cdot \log_{10}(x-d) + e$	Wiederaufgreifen des Begriffs der Umkehrfunktion, Umkehrung der Exponentialfunktion 10^x, Eigenschaften der Logarithmusfunktion
Modellierung von Wachstums- und Prozessmodellen	Modellierung von Prozessen aus den Natur-, Sozial- oder Wirtschaftswissenschaften anhand gegebenen Datenmaterials z. B. aus naturwissenschaftlichen oder demoskopischen Untersuchungen, mittels Exponential- oder anderer bekannter Funktionen, auch durch Nutzung von Rechnern, exemplarischer Vergleich verschiedener Modelle und Beurteilung ihrer Grenzen
Allgemeine Sinusfunktion $x \to a \cdot \sin(b\,x + c) + e$	Bogenmaß Strecken/Stauchen und Verschieben des Grafen der Sinusfunktion, PC-Einsatz
Grenzwerte	Wurzeln als Grenzwerte von Intervallschachtelungen, Irrationalität Näherungsweise Bestimmung von π durch infinitesimale Methoden Asymptotisches Verhalten bei Funktionen
Einführung des Ableitungsbegriffes	Änderungsrate einer Funktion; Steigung eines Grafen Differenzenquotient Grenzwert des Differenzenquotienten (anschaulicher Zugang genügt) Bestimmung durch algebraische Vereinfachung des Quotienten Infinitesimale Sichtweise
Ableitung einer Funktion an einer Stelle Ableitungsfunktion	Berechnung von Ableitungen elementarer Funktionen: $f(x) = x^n$, $n \in Z$, $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ Verknüpfen geometrischer und algebraischer Sichtweisen Ableitungsfunktionen, höhere Ableitungsfunktionen

Typische Ableitungskalküle	Summen- und Faktorregel
Funktionsuntersuchung mit Hilfe des Ableitungskalküls	Symmetrie; Monotonie- und Krümmungsverhalten; relative und absolute Extremalpunkte, Wendepunkte (jeweils notwendige und hinreichende Kriterien) vollständige Kurvendiskussion bei ganzrationalen Funktionen (schwerpunktmäßig), aber auch Beispiele aus anderen Funktionsklassen und Funktionenscharen
Anwendungen des Ableitungskalküls	Extremalprobleme (auch Lösung mit den Methoden der Sekundarstufe I), Bestimmung von Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften, Linearisierung von Funktionen

Querverweise:	**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**
18. Jahrhundert: G, Phil, D, Mu, Phy **Renaissance, Reformation, Aufklärung:** G, Phil, L, GrA, D, Mu, Phy, Rka **Ökonomie vs. Ökologie?:** D, E, Spa, Ita, L, PoWi, Ek, Rev, Phil, Spo **Mathematische Konzepte:** Phy **Programmierung – Simulation:** Inf, Ch, Phy, PoWi	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Kulturelle Praxis

5.2 Die Qualifikationsphase (Q1 bis Q4) - Analysis II
- Lineare Algebra/Analytische Geometrie
- Stochastik
- Kursthemen zu den drei Sachgebieten

5.2.1 Q1 Analysis II
Didaktisch-methodische Überlegungen

Die Berechnung des Inhalts einer Fläche, die von einer Kurve begrenzt wird, erfordert eine Erweiterung der Methode der Flächenberechnung. Der Gedanke, Flächeninhalte mittels geeigneter Approximation zu berechnen, führt wiederum zu einer infinitesimalen Methode. Damit werden Bezüge zum vorangegangenen Unterricht der Einführungsphase hergestellt.

Als Zugang zur Analysis II ist die Einführung in die Integralrechnung vorgesehen. Die gegenüber der Sekundarstufe I verallgemeinerte Flächeninhaltsberechnung erfolgt zunächst über die Betrachtung von Ober- und Untersummen und wird auf die Frage nach der Existenz eines gemeinsamen Grenzwertes zurückgeführt. Durch den Einsatz geeigneter Rechner kann gerade hier der Kalkülaufwand erheblich reduziert und die Konzentration der Schülerinnen und Schüler auf das Verständnis begrifflicher Zusammenhänge gelenkt werden. An geeigneten Anwendungsbeispielen soll der Zusammenhang zwischen Flächeninhaltsbestimmung und der Berechnung verallgemeinerter Größenprodukte aufgezeigt werden. Dabei ist die Grundvorstellung dieses infinitesimalen Summationsprozesses durch die Behandlung geeigneter Anwendungsbeispiele (z. B. physikalische Arbeit, Gesamtzuwachs einer Größe, Voluminabestimmung) hinreichend zu verankern.
Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wird eine Verbindung zwischen den Operationen Differenzieren und Integrieren hergestellt. Der Begriff der Stetigkeit soll im Leistungskurs zum vertieften Verständnis dieses zentralen Lehrsatzes beitragen. Im Grundkurs wird man sich auf eine eher anschauliche Herleitung und die Herausarbeitung seines Nutzens für die Ermittlung bestimmter Integrale beschränken.

Neben der Einführung der Integralrechnung umfasst der Kurs Analysis II die Weiterführung der Differentialrechnung. Dabei geht es um die weitergehende und vertiefende Untersuchung komplexerer Funktionen unter Einbeziehung transzendenter, trigonometrischer und rationaler Funktionen und auch Funktionenscharen. Dazu wird die Erarbeitung eines angemessenen Kalkülvorrates als Fortführung des Jahresthemas Analysis I abgeschlossen. Während man sich im Grundkurs auf die Produktregel und die Kettenregel (lineare Verkettung) beschränkt, müssen im Leistungskurs die Quotientenregel und die allgemeine Form der Kettenregel behandelt werden.

Die notwendige Verzahnung der Differential- und Integralrechnung wird deutlich, wenn die partielle Integration im Zusammenhang mit der Produktregel und die Integration durch Substitution im Zusammenhang mit der Kettenregel eingeführt und betrachtet werden, wobei eine Beschränkung auf die lineare Verkettung ausreicht. Weitere Verbindungen von Differential- und Integralrechnung kann die Behandlung von Differentialgleichungen im Zusammenhang mit der Mathematisierung von Problemstellungen aus verschiedensten Anwendungsbereichen bieten.
Hier ist die Durchführung von Schülerprojekten zu ausgewählten Sachthemen möglich, mit denen Bezüge zu anderen Fachgebieten aufgezeigt werden können.

Insgesamt bietet der Kurs vielfältige Möglichkeiten zum Aufgreifen von Realitätsbezügen und zur Modellierung. Dies gilt insbesondere für Mathematisierungen mittels transzendenter Funktionen, die einen wichtigen Unterrichtsgegenstand im Kurs darstellen. Während Exponential- und Logarithmusfunktionen vor allem Wachstums- und Zerfallsprozesse in vielfältigen Zusammenhängen beschreiben, stehen trigonometrische Funktionen hauptsächlich im physikalischen und technischen Kontext.

Möglichkeiten der Approximation funktionaler Zusammenhänge als wichtiges Anwendungsfeld sollen vor allem im Leistungskurs behandelt werden. Zur Gewinnung passender Funktionsterme können einerseits typische Verfahren der Analysis leicht bereitgestellt werden, andererseits aber auch mathematische Verfahren verwendet werden, bei denen aus konkreten empirischen Daten Näherungsfunktionen gewonnen werden. Für den Unterricht bietet sich die Behandlung der Regressionsrechnung an, weil diese theoretisch leicht erarbeitet werden kann und moderne Rechner durchgängig unterschiedliche Regressionsmodelle bereitstellen (z. B. linear, quadratisch, exponentiell). Gerade hier gibt es eine Fülle realitätsbezogener Materialien, die sich methodisch besonders für von den Schülerinnen und Schülern selbstgesteuerte Unterrichtssequenzen, für Gruppenarbeit und für Projektaufträge eignen.

Sowohl im Grund- als auch im Leistungskurs ist auf die Einhaltung einer Balance zwischen Anwendungsorientierung und der theoretisch abgesicherten Erarbeitung der dazu notwendigen mathematischen Voraussetzungen zu achten.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software können auch hier, ähnlich wie für die Einführungsphase beschrieben, in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Fächer des mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Aufgabenfeldes	Integral als mathematische Grundlage des Arbeits- und Energiebegriffs; Integral als Gesamtzuwachs; Volumina-Bestimmung; Mathematisierung von Schwingungs-, Wellen-, Zerfalls-, Lade-, Entlade- und Alterungsvorgängen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Gewinnung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge zur Beschreibung gegebener Daten; Untersuchung von Entwicklungen bei Populationen; Mittelwertbildung bei stetigen Wachstumsvorgängen; Mathematisierung von Wirtschaftskreisläufen
Biologie (Medizin)	Abbau von Medikamenten und Schadstoffen im Körper; Herzleistungsmessung

Q1 GK — Analysis II

Unterrichtsinhalte:	**Stichworte:**
Einführung in die Integralrechnung	Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel) Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale, Flächeninhaltsberechnung
Erweiterung und Verknüpfung der Differential- und Integralrechnung	Untersuchung komplexerer Funktionen, dazu Erarbeitung und Anwendung der Produkt- und Kettenregel (lineare Verkettung) Lineare Substitution als weiterführende Integrationsmethode Herausarbeitung des Zusammenhanges zur Kettenregel Verständiger Umgang mit den erarbeiteten Kalkülen der Analysis in bekannten Funktionsklassen: ganzrationale Funktionen, einfache rationale Funktionen, Exponential- und einfache Trigonometrische Funktionen
Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung	Funktionsuntersuchungen Extremalprobleme Volumenintegral (Rotation um die x-Achse)

Querverweise:	**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**
Wirtschaftsprozesse: PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil E) **Integralbegriff:** Phy	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Kulturelle Praxis

Q1 LK	Analysis II

Unterrichtsinhalte:	Stichworte:
Einführung in die Integralrechnung	Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals als Grenzwert von Ober- und Untersumme, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen, Analyse des Integralbegriffs (Bedeutung der Beschränktheit und Stetigkeit von Funktionen)
	Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel)
	Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral
	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale
	Numerische Integration
Erweiterung und Verknüpfung der Differential- und Integralrechnung	Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel, Ableitung von Umkehrfunktionen
	Verständiger Umgang mit den erarbeiteten Kalkülen der Analysis in bekannten Funktionsklassen: ganzrationale Funktionen, einfache rationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, trigonometrische Funktionen
	Mathematisierung von Wachstums- und Zerfallsprozessen
	Partielle Integration, Integration durch lineare Substitution, Zusammenhang zur Produkt- und Kettenregel, uneigentliche Integrale
Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung	Extremalprobleme (auch mit Integration) Volumenintegral Integralbegriff in Anwendungszusammenhängen Approximation von Funktionen: Asymptotisches Verhalten, Approximation durch Polynome, Ausgleichskurven als mathematische Modelle für gegebene Daten

Querverweise:	**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**
Wirtschaftsprozesse: PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil E) **Integralbegriff:** Phy	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Kulturelle Praxis

5.2.2 Q2 Lineare Algebra/Analytische Geometrie
Didaktisch-methodische Überlegungen

In dem Kurs Lineare Algebra/Analytische Geometrie werden zwei Grundvorstellungen des Mathematikunterrichts miteinander in Verbindung gebracht. Es kann hier eine starke Anwendungsrelevanz gezeigt, andererseits können daraus theoretische Konzepte und Anfänge einer mathematischen Theorie entwickelt werden.

Von diesen Basisvorstellungen ausgehend kann damit begonnen werden, einfache Objekte des dreidimensionalen Anschauungsraums mit Hilfe von Vektoren zu beschreiben und zu untersuchen. Bei diesem Einstieg, in dem die Geometrie im Vordergrund steht, soll auch das räumliche Vorstellungsvermögen durch die Betrachtung von Modellen und durch zeichnerische Darstellungen von räumlichen Gebilden gefördert werden.

Mit Hilfe von Vektoren werden Geraden und Ebenen dargestellt und geometrische Fragestellungen erklärt und beschrieben, sodass schließlich strukturelle Sachverhalte entwickelt werden können. Als notwendiges Handwerkszeug ist ein tragfähiges, systematisches Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme unerlässlich. Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, wie z. B. das Gauß-Verfahren, lassen eine Computerunterstützung angezeigt erscheinen.

Neben Anwendungen in der Geometrie sollen die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass die hier entwickelten Begriffe, Konzepte und Verfahren auch in anderen Gebieten grundlegend und bedeutungsvoll sind. Nur im Leistungskurs wird mehr Wert auf Begrifflichkeit und Systematik gelegt.

Neben geometrischen Fragestellungen eignet sich auch die Diskussion zahlreicher Anwendungen zum Einstieg in das Kursthema, die allesamt auf lineare Gleichungssysteme führen. Hier, bei größeren linearen Gleichungssystemen, sollte dann die Behandlung eines systematischen Lösungsverfahrens breiten Raum einnehmen. Aber auch bei diesem Weg ist eine geometrische Interpretation von Lösungsmengen der linearen Gleichungssysteme zu empfehlen. Durch sie können strukturelle Aspekte verdeutlicht und herausgearbeitet werden. Im Leistungskurs können durch die Matrix-Vektor-Schreibweise Matrizen eingeführt und möglicherweise Matrizenaddition oder Matrizenmultiplikation motiviert werden.

Eine umfangreichere Behandlung des Matrizenkalküls kann sich vor allem in Leistungskursen ergeben, wenn Matrizen mit linearen oder affinen Abbildungen in Zusammenhang gebracht werden. Hieraus öffnen sich viele Querverbindungen z. B. zu iterierten Funktionensystemen der fraktalen Geometrie oder zur Stochastik. Matrizen werden in zahlreichen Berufsfeldern und angewandten Wissenschaften zur Modellierung von Sachproblemen genutzt. Deshalb sollte der Anwendungsbezug nicht nur auf innermathematische Fragestellungen beschränkt bleiben. Beispiele für Anwendungsfelder, die für Modellbildungen geeignet sind: Input-Output-Analyse, Beschreibung von Prozessen durch Übergangsmatrizen (Warteschlangen, Maschinenkontrolle, Irrfahrtmodelle usw.). Hierbei können auch Simulationsprogramme eingesetzt werden.

In den Unterrichtsinhalten soll es nicht um die Deduktion mathematischer Theorien gehen. Die Begriffe und mathematischen Sätze werden als Werkzeuge verstanden, deren Bedeutung mehr in der Nützlichkeit liegt, geometrische Fragestellungen oder Problemstellungen aus anderen Gebieten zu beschreiben, zu erklären und zu lösen. So sollten auch im Leistungskurs exakte Beweise nur exemplarisch durchgeführt werden.

Die Arbeit mit Tabellen, Formelsammlungen, Materialien aus Anwendungsbezügen, Zeitschriften usw. und der Einsatz von Medien erweitern die Möglichkeit der Selbstständigkeit und der Teamarbeit und bieten Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Physik	Vektorrechnung, Skalarprodukt, Vektorprodukt
Physik, Politik und Wirtschaft	Lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang mit Verkehrsleitsystemen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Matrizenrechnung bei Produktionsabläufen, Skalarprodukt beim Rechnen mit Listen, usw.

Kunst (Architektur)	Räumliche Gebilde, Dach- und Fassadenflächen, Längen von Begrenzungslinien, Winkel zwischen Gebäudekanten usw.
Erdkunde	Abstandsbestimmungen in der Kartographie (z. B. unter Berücksichtigung von Höhenlinien)
Biologie	Matrizenrechnung bei Populationsentwicklungen

Q2 GK Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Unterrichtsinhalte:	Stichworte:
Analytische Geometrie	Vektoren
	Geraden und Ebenen (Parameter- und Koordinatendarstellung)
	Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum Zur Vertiefung können Geradenscharen, Ebenenscharen betrachtet werden.
	Skalarprodukt Länge eines Vektors Winkel zwischen zwei Vektoren, Orthogonalität Normalenform der Ebene
	Abstandsbestimmungen (außer Abstandsbestimmungen bei windschiefen Geraden) Schnittwinkel von Geraden und Ebenen im Raum Anwendungen des Skalarproduktes
Lineare Gleichungssysteme	Anwendungen linearer Gleichungssysteme
	Systematisches Lösungsverfahren, Struktur und geometrische Interpretation der Lösungsmenge

Querverweise:	Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):
Datenbanken: Inf, PoWi, G, Ek, Ch **Vektoren:** Phy	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

Q2 LK Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Unterrichtsinhalte:	Stichworte:
Analytische Geometrie	Vektoren Geraden und Ebenen (Parameter- und Koordinatendarstellung) Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum Geradenscharen, Ebenenscharen Skalarprodukt mit Anwendungen Länge eines Vektors Winkel zwischen zwei Vektoren, Orthogonalität Vektorprodukt mit Anwendungen Normalenform von Geraden und Ebenengleichungen Abstandsbestimmungen, Schnittwinkel
Lineare Gleichungssysteme	Anwendungen linearer Gleichungssysteme Systematisches Lösungsverfahren, Struktur und geometrische Interpretation der Lösungsmenge
Vektorräume	Begriff des Vektorraums Basis und Dimension
Matrizen und lineare Abbildungen	Begriff der Matrix, Produkt von Matrizen, Inverse Matrix, Anwendungen in der Geometrie und bei nicht-geometrischen Problemen

Querverweise:	Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):
Datenbanken: Inf, PoWi, G, Ek, Ch **Vektoren:** Phy	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

5.2.3 Q3 Stochastik

Didaktisch-methodische Überlegungen

Im Rahmen dieses Kurses werden die Schülerinnen und Schüler mit den Denkweisen und Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie und der beschreibenden und beurteilenden Statistik vertraut. Sie erfahren Mathematik als stark anwendungsbezogene Wissenschaft, es können auch in größerem Umfang aktuelle, reale Daten verwendet werden. Sie lernen, dass in Situationen, die anscheinend keine klare Entscheidungen und Beurteilungen gestatten, es durchaus sinnvoll sein kann, soweit es sich um stochastische Prozesse handelt, diese durch geeignete mathematischen Modelle zu beschrieben und quantitative Aussagen über Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen bei Abläufen zu machen, deren jeweiliger Ausgang unbekannt ist.

Die Modellbildung stellt einen wesentlichen Gesichtspunkt bei der Behandlung stochastischer Themen dar. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass es zu einer Fragestellung durchaus verschiedene Modellbildungen geben kann. Dabei sind auch die Grenzen der benutzten Modelle aufzuzeigen.

Die Begriffe Ereignis und Wahrscheinlichkeit spielen bei diesen Überlegungen eine fundamentale Rolle. Jedoch ist eine ausführliche Bearbeitung des Themas „Ereignisalgebra“ im Rahmen dieses Kurses nicht erforderlich, es genügt, die aussagenlogischen Relationen „und“ bzw. „oder“ zur Verbindung von Ereignissen zu verwenden. Der Begriff Wahrscheinlichkeit kann zunächst im Hinblick auf sich stabilisierende Häufigkeiten bei oft wiederholten Zufallsexperimenten diskutiert werden. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff sollte jedoch - auch in Grundkursen - problematisiert werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind so zu wählen, dass sie den empirischen Befunden entsprechen. Die axiomatische Definition (Kolmogoroff) des Wahrscheinlichkeitsbegriffs führt in Leistungskursen zu einem tieferen Verständnis des Begriffes der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Der Abbildungscharakter von Wahrscheinlichkeit, Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung erhält hier stärkeres Gewicht, spielt aber im Allgemeinen eine eher untergeordnete Rolle.

Die Binomialverteilung gilt als grundlegende Verteilungsfunktion, dennoch sollte eine Berechnung der Werte nur in Einzelfällen durchgeführt werden. Hier ist in geeigneter Weise das Arbeiten mit statistischen Tabellen oder Taschenrechnern in den Unterricht einzubeziehen. Einfache Rekursionen erlauben auch mittels programmierbarer Taschenrechner die eigenständige Berechnung der Werte der Binomialverteilung.

Sowohl im Grundkurs als auch im Leistungskurs kann das Testen von Hypothesen an vielen anwendungsorientierten Problemen ausgeführt werden. Im Grundkurs betrachtet man dabei solche Probleme, die eine Modellierung erlauben, bei der die Binomialverteilung zum Tragen kommt. Im Leistungskurs sind auch Approximationen der Binomialverteilung anzuwenden. Durch den kritischen Umgang mit Datenmaterial gewinnen die Schülerinnen und Schüler die Einsicht, dass beim Testen von Hypothesen unvermeidbar durch die Konstruktion des Testes Fehler entstehen. An Hand von Operationscharakteristiken kann verdeutlicht werden, dass eine Abhängigkeit zwischen dem Fehler erster Art und dem Fehler zweiter Art besteht.

In besonderer Weise kann in diesem Kurs das selbstständige Erarbeiten und die kritische Betrachtung der Ergebnisse durch die Schülerinnen und Schüler - aber auch das Arbeiten im Team - gefördert werden, denn auf eine strenge Abfolge der Unterrichtsinhalte kann teilweise verzichtet werden, so dass hierbei stärker die Problemorientierung als Unterrichtsprinzip zum Tragen kommt. Die Möglichkeiten, aktuelles Datenmaterial als Ergänzung zum Lehrbuch zu verwenden, sollten genutzt werden, da dadurch eine verstärkte Motivation erreicht wird und in besonderer Weise fachübergreifende und fächerverbindende Themen im Unterricht bearbeitet werden können. Zur Begründung von Sätzen reicht in den Grundkursen meist eine Plausibilitätsbetrachtung aus. In den Leistungskursen kann auf einige exemplarische Beweise nicht verzichtet werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Biologie	Vererbung, Ansteckungsrisiko, Wirksamkeit von Medikamenten und Tests, Verhaltensforschung
Physik	Zerfallsvorgänge, Thermodynamik, Atommodelle
Chemie	Orbitalmodell
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Meinungsumfragen, Wahlprognosen, demographische Statistik (Abhängigkeiten von Merkmalen), Planungen von Verkehrseinrichtungen, Statistische Kontrollmethoden bei der Massenproduktion, Anwendung der Spieltheorie bei Lösung wirtschaftsmathematischer Fragen, Versicherungswesen
Erdkunde	Meteorologie

Q3 GK	**Stochastik**
Unterrichtsinhalte:	**Stichworte:**
Grundlegende Begriffe der Stochastik	Zufallsexperimente und Ereignisse Absolute und relative Häufigkeit, Häufigkeitsverteilungen und deren grafische Darstellungen Lage- und Streumaße, Quantile Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit soll als Sonderfall erkannt werden) Empirisches Gesetz der großen Zahlen
Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	Additionssatz Pfadregeln (Summe, Produkt) Unabhängigkeit von zwei Ereignissen Bedingte Wahrscheinlichkeiten
Kombinatorische Zählprobleme (Zählverfahren sollten nur so weit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.)	Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen) Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)
Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsgrößen	Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße Bernoullikette Binomialverteilung
Hypothesentest	Ein- und zweiseitiger Test Annahmebereich, Ablehnungsbereich Fehler erster und zweiter Art

Querverweise:	**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**
Quantenphysik: Phy, D, Phil **Manipulation:** D, E, Mu, G **Verhaltensforschung:** Bio	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Gesundheitserziehung

Q3 LK	Stochastik

Unterrichtsinhalte:	**Stichworte:**
Grundlegende Begriffe der Stochastik	Zufallsexperimente und Ereignisse Absolute und relative Häufigkeit, Häufigkeitsverteilungen und deren grafische Darstellungen Lage- und Streumaße, Quantile Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit soll als Sonderfall erkannt werden) Empirisches Gesetz der großen Zahlen
Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	Additionssatz Pfadregeln (Summe, Produkt) Unabhängigkeit von Ereignissen Bedingte Wahrscheinlichkeiten
Kombinatorische Zählprobleme (Zählverfahren sollten nur so weit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.)	Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen) Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)
Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen	Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Zufallsgrößen (Summe oder Produkt)
Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen	Bernoullikette Binomialverteilung Normalverteilung (Dichte- und Verteilungsfunktion) Näherungsformeln für die Binomialverteilung
Hypothesentest	Ein- und zweiseitiger Test Annahmebereich, Ablehnungsbereich, Fehler erster und zweiter Art, Operationscharakteristiken

Querverweise:	**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**
Quantenphysik: Phy, D, Phil **Manipulation:** D, E, Mu, G **Verhaltensforschung:** Bio	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Gesundheitserziehung

5.2.4 Q4 Beispiele für Kursthemen

Didaktisch-methodische Überlegungen

Im Kurshalbjahr Q4 besteht die Möglichkeit, verstärkt fachübergreifend und fächerverbindend zu arbeiten. Um dies zu verwirklichen, sollen Kernbereiche aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik verbunden und vertieft werden. Es sollen bewusst Bezüge zwischen diesen Sachgebieten hergestellt werden.

Über die Auswahl des Kursthemas sowie über die Auswahl, Ergänzungen und Reihenfolge der den Kursthemen zugeordneten möglichen Unterrichtsinhalte entscheiden die Fachlehrerinnen und Fachlehrer in Zusammenarbeit mit den Fachkonferenzen aus methodischen und didaktischen Überlegungen.

Bei der Behandlung der Kursthemen ist sicherzustellen, dass folgende Ziele erreicht werden:

- Anwendung von erworbenen Kenntnissen bei praxisnahen Fragestellungen
- Vertiefung und Erweiterung von bearbeiteten Unterrichtsinhalten
- Aufzeigen von Querverbindungen zwischen den drei Sachgebieten

Neben innermathematischen Erweiterungen und Vertiefungen empfiehlt es sich, geeignete Anwendungsprobleme aus Technologie, Wirtschaft und Gesellschaft in Projekten zu bearbeiten. Dazu kann ein mathematisches Modell konstruiert werden, um das Ausgangsproblem darin zu bearbeiten, gegebenenfalls das Modell anzupassen und die sich ergebenden Konsequenzen zu interpretieren. Die Grenzen des Modells sind zu reflektieren. Die den Kursthemen Q4 zugeordneten möglichen Unterrichtsinhalte sind in diesem Zusammenhang als geeignete Werkzeuge für einen solchen mathematischen Modellierungsprozess zu verstehen und haben Anregungscharakter.

Im Schulcurriculum sind die Grundsätze für die Ausdifferenzierung von Grund- und Leistungskurs zu berücksichtigen (vgl. Teil A, Ziff. 3).

Q4	Beispiele für Kursthemen

Kursthemen und mögliche Unterrichtsinhalte:

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Richtungsfeld, Differentialgleichungen erster Ordnung, Existenz- und Eindeutigkeitssatz, elementare Lösungsmethoden, Differentialgleichungen zweiter Ordnung

Potenzreihen
Ganzrationale Funktionen als Näherungsfunktionen, Exponentialreihe, Potenzreihen, Taylorsche Formel, Taylorsche Reihen

Numerische Näherungsverfahren/Approximation von Funktionen
Interpolation durch Polynome, Approximationsverfahren, Fixpunkte, Newton-Verfahren, Numerische Integration (Sehnen-Trapezverfahren, Simpsonsche Regel), Regressionsmodelle

Kreis und Kugel
Kreis in der Ebene, Kugel, Ebene und Gerade, Lagebeziehungen zwischen Kugel, Ebenen und Geraden, Schnittmengen

Kegelschnitte
Vektorgleichung des Doppelkegels, Scheitelgleichung der Kegelschnitte, Arten der Kegelschnitte (Kreis, Parabel, Ellipse und Hyperbel)

Praktische Stochastik
Operations-Charakteristik (Anwendung der Binomialverteilung - Anteiltest, Anwendung der Normalverteilung - Mittelwerttest, Gütefunktion), Schätzung des Mittelwerts einer normalverteilten Grundgesamtheit, Vorzeichentest, Chi-Quadrat-Test, Monte-Carlo-Methode, Markow-Ketten, Simulationen

Determinanten und Matrizen
Lineare Gleichungssysteme und Determinanten, Determinanten und Volumen, Abbildungsmatrizen und Determinanten

Affine Abbildungen
Definition und Eigenschaften affiner Abbildungen, Darstellung affiner Abbildungen, Anwendungen in der fraktalen Geometrie

Mathematische Strukturen und Beweisverfahren
Gruppen und Körper; Beweisverfahren: direkter und indirekter Beweis; vollständige Induktion

Komplexe Zahlen
Einführung, Definition und Darstellung komplexer Zahlen; Rechnen mit komplexen Zahlen; Anwendungen

Querverweise:	**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**
Deterministisches Chaos: Phy, Inf **Naturwissenschaftliches Denken:** Bio, Phy, Eth, Phil, Ch **Computergrafik:** Inf, Ku **Computersimulationen:** Inf, Bio, Ch, D, Phy	Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Kulturelle Praxis Gesundheitserziehung

6 Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase: Q3 und Q4

Q3
Die insbesondere in der Einführungsphase erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten bilden die Grundlage für Analysis II in Q1 und sind somit in das Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase entsprechend einbezogen.

Unbeschadet unterschiedlicher schulcurricularer bzw. in der pädagogischen Entscheidung der einzelnen Lehrkraft liegender didaktischer und methodischer Planungen der Kurse ist bezüglich der Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik am Ende von Q3 von dem im nachfolgenden Schaubild aufgezeigten Abschlussprofil auszugehen.

Q4
Am Ende der Qualifikationsphase (Q4) ergibt sich der Kenntnisstand aus dem Schaubild zu Q3 sowie dem für den Unterricht jeweils gewählten Kursthema aus Q4.

Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase (Q3)
Das Abschlussprofil ergibt sich aus den Sachgebieten der Kurse Q1 bis Q3

Grundkurs	**Leistungskurs (zusätzlich zum Grundkurs)**
Analysis	
Differenzenquotient, Ableitung an einer Stelle	Grenzwertbegriff
Ableitungsregeln: Summenregel, Faktorregel, Produktregel, Kettenregel (lineare Verkettung)	Kettenregel (allgemein) Quotientenregel
Ableitungsfunktionen und ihre geometrischen Deutungen	Ableitung der Umkehrfunktion
Untersuchungen von Funktionen und ihrer Grafen: Symmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung Nullstellen, relative und absolute Extremalpunkte, Wendepunkte Monotonieverhalten, Krümmungsverhalten	
Trigonometrische Funktionen Ganzrationale Funktionen mit Parameter Exponentialfunktionen mit Parameter	Logarithmusfunktionen mit Parameter Trigonometrische Funktionen mit Parameter (ohne Umkehrfunktion)
Tangentengleichungen	
Bestimmung von Funktionen zu vorgegebenen Bedingungen	
Extremwertaufgaben	

Bestimmtes Integral Stammfunktion Summen- und Faktorregel	Integralbegriff
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Begründung des Hauptsatzes
Berechnung des Inhalts eines begrenzten Flächenstücks	Uneigentliches Integral und Anwendungen
Volumenintegral	
Integration durch lineare Substitution	Partielle Integration

Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Analytische Geometrie: Vektoren Geraden und Ebenen Parameter- und Koordinatendarstellung von Gerade und Ebene im Raum sowie Normalenform von Ebenen Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum Geradenbüschel, Ebenenbüschel Skalarprodukt Betrag eines Vektors Winkel zwischen Vektoren und Schnittwinkel zwischen Geraden und Ebenen im Raum	
Abstandsbestimmungen (außer bei windschiefen Geraden)	Abstandsbestimmungen windschiefer Geraden
Anwendungen des Skalarproduktes	
	Vektorprodukt mit Anwendungen
Lineare Gleichungssysteme: Homogene und inhomogene lineare Gleichungssysteme Systematisches Lösungsverfahren, Lösungsmenge	Struktur und geometrische Interpretation der Lösungsmenge
	Lineare Abbildungen und Matrizen: Begriff der Matrix Matrix-Vektor-Multiplikation Abbildungen Produkt von Matrizen Inverse Matrix Anwendungen

Stochastik

Ergebnis und Ereignis:
Relative Häufigkeit
Empirisches Gesetz der großen Zahlen
Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses
Laplace-Wahrscheinlichkeit

Berechnen von Laplace-Wahrscheinlichkeiten: Geordnete Stichprobe (mit und ohne Zurücklegen) Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)	
Baumdarstellungen Summen- und Produktregel	
Bedingte Wahrscheinlichkeit (Baumdarstellung) Unabhängigkeit von zwei Ereignissen	Unabhängigkeit von drei Ereignissen
Bernoulli-Kette, Binomialverteilung Wahrscheinlichkeitsfunktion einer Zufallsgröße Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	
	Normalverteilung als Näherungsformel für die Binomialverteilung, Dichte - und Verteilungsfunktion
Einseitiger und zweiseitiger Hypothesentest (nur mittels Binomialverteilung)	Einseitiger und zweiseitiger Hypothesentest (auch mittels Normalverteilung)
Annahmebereich, Ablehnungsbereich Fehler erster und zweiter Art	